

Возвращение сортировки

Определение. Алгоритмом сортировки будем называть такой алгоритм S , что для любой перестановки $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ массива $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n$ верно, что $S([b_1, b_2, b_3, \dots, b_n]) = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$.

Определение. Пусть есть некоторый алгоритм сортировки S . Сложностью S будем называть максимальное количество сравнений, которое S делает, сортируя массив (список) из n элементов. Обозначается так: $C(S)$.

Задача 11.1($D+$). Алгоритм SEL работает так:

1. находим номер минимального значения в текущем списке;
2. производим обмен этого значения со значением первой неотсортированной позиции (обмен не нужен, если минимальный элемент уже находится на данной позиции);
3. теперь сортируем хвост списка, исключив из рассмотрения уже отсортированные элементы.

(а) Докажите, что SEL — алгоритм сортировки. (б) Найдите $C(SEL)$.

Задача 11.2($E+$). Алгоритм $BUBBLE$ состоит из повторяющихся проходов по сортируемому массиву. За каждый проход элементы последовательно сравниваются попарно и, если порядок в паре неверный, выполняется обмен элементов. Проходы по массиву повторяются $N - 1$ раз или до тех пор, пока на очередном проходе не окажется, что обмены больше не нужны, что означает — массив отсортирован. (а) Докажите, что $BUBBLE$ — алгоритм сортировки. (б) Найдите $C(BUBBLE)$.

Задача 11.3($F+$). Алгоритм $INSERT$ устроен так: элементы входной последовательности просматриваются по одному, и каждый новый поступивший элемент размещается в подходящее место среди ранее упорядоченных элементов. (а) Докажите, что $INSERT$ — алгоритм сортировки. (б) Найдите $C(INSERT)$.

Задача 11.4(00). Докажите, что для любого алгоритма сортировки S верно, что $n! \leq 2^{C(S)}$.